

## Раздел I

### МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В МАТЕРИАЛОВЕДЕНИИ

#### 1.1. Статистическая обработка результатов наблюдений

Любые методы количественного анализа направлены на определение значения измеряемой величины с минимальной *погрешностью*, представляющей собой разность между фактически полученным результатом и истинным значением измеряемой величины. Достижение минимальной погрешности свидетельствует о высокой точности измерения, и ее оценка является неременным требованием к любому параметру, измеряемому в эксперименте. Из практики известно, что любое повторное измерение одной и той же величины в строго одинаковых условиях наблюдения будет давать каждый раз отличный от предшествующего результат, поскольку на его значение влияет ряд систематических и случайных факторов, объективно действующих в процессе эксперимента. Примером систематических факторов (т.е. систематически совершаемых ошибок) служат погрешности, вносимые собственно средствами измерения (аппаратурные), и эти факторы могут быть учтены при условии метрологической аттестации приборов. Случайные факторы (ошибки) не поддаются учету. Поэтому установить, какой результат при повторяющихся измерениях является истинным значением искомой величины, не представляется возможным, следовательно, невозможно однозначно охарактеризовать точность эксперимента. Эти рассуждения приводят к неизбежному выводу, что определение точности измерения может быть выполнено на основе вероятностных оценок, т.е. таких, которые справедливы лишь с определенной вероятностью.

Методы статистической обработки результатов наблюдений, использующие аппарат теории вероятности, позволяют оценить (и даже прогнозировать) вероятную точность измерения одной или нескольких величин, в том числе связанных между собой.

### 1.1.1. Основные статистические характеристики

Во всех случаях будем иметь в виду, что при проведении эксперимента по измерению какой-либо величины (единичного наблюдения) мы получаем набор (выборку) из  $n$  результатов  $x_i$ :  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , которые из-за влияния на них случайных факторов (ошибок) представляют собой случайные величины.

Это могут быть результаты механических испытаний одинаковых образцов, замеры длин секущих при измерении размеров зерен в одном образце, данные измерения содержания легирующего элемента в образцах, взятых из одной плавки, и т. д.

Наиболее важны на практике следующие характеристики распределения измеренной величины:

а) среднее арифметическое  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Среднее арифметическое (или просто среднее) является наилучшей числовой оценкой истинного значения измеряемой величины;

б) дисперсия:

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Дисперсия — вторая по важности характеристика распределения, определяет степень разброса экспериментальных результатов. Дисперсия функции  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  нескольких независимых переменных оценивается по формуле:

$$s_y^2 = \sum_{i=1}^k (\partial f / \partial x_i)^2 s_{x_i}^2;$$

в) среднее квадратичное отклонение  $s$  (стандартное отклонение):

$$s_x = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)}.$$

Величина среднего квадратичного отклонения (так же, как и дисперсия) характеризует разброс экспериментальных данных.

Для практики важно представлять себе, что описание результата любого эксперимента должно представлять собой выражение типа  $\bar{X} \pm k s_x$ , которое определяет интервал, внутри которого с определенной вероятностью заключено истинное значение измеряемой величины,  $k$  — коэффициент, зависящий от величины доверительной вероятности  $P$ , %:

$k = 1$	$P = 68$
$k = 2$	$P = 95,4$
$k = 3$	$P = 99,7$

### **1.1.2. Графическое представление распределений случайных величин и взаимосвязи между ними**

В ряде случаев бывает необходимо графически представить результаты эксперимента. Сформулируем общие правила графического представления распределения случайной величины:

1. Полученные  $N$  значений измеряемого параметра  $x$  (выборка) группируются в  $m$  равных интервалов. Как правило, число интервалов составляет  $0,1 N$ . Рекомендуется выбирать число интервалов  $m$  не менее восьми.

2. Подсчитывают частоты  $N_j$  (где  $j$  — порядковый номер интервала,  $j=1, 2, \dots, m$ ), представляющую собой количество экспериментальных данных, попавших в каждый интервал.

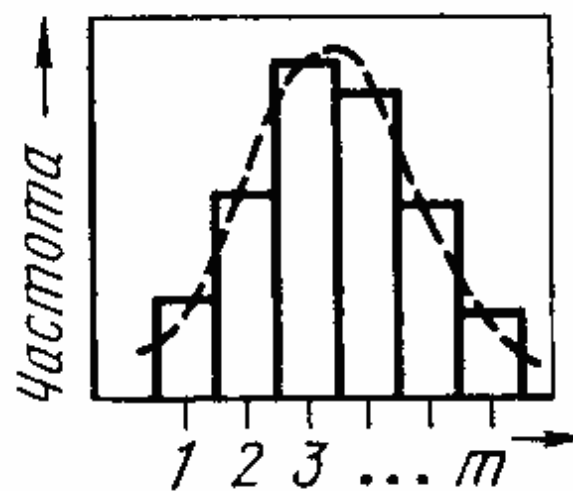


Рис. 1.1. Графическое представление распределения случайной величины  $x$ : приведены гистограмма и кривая плотности вероятности

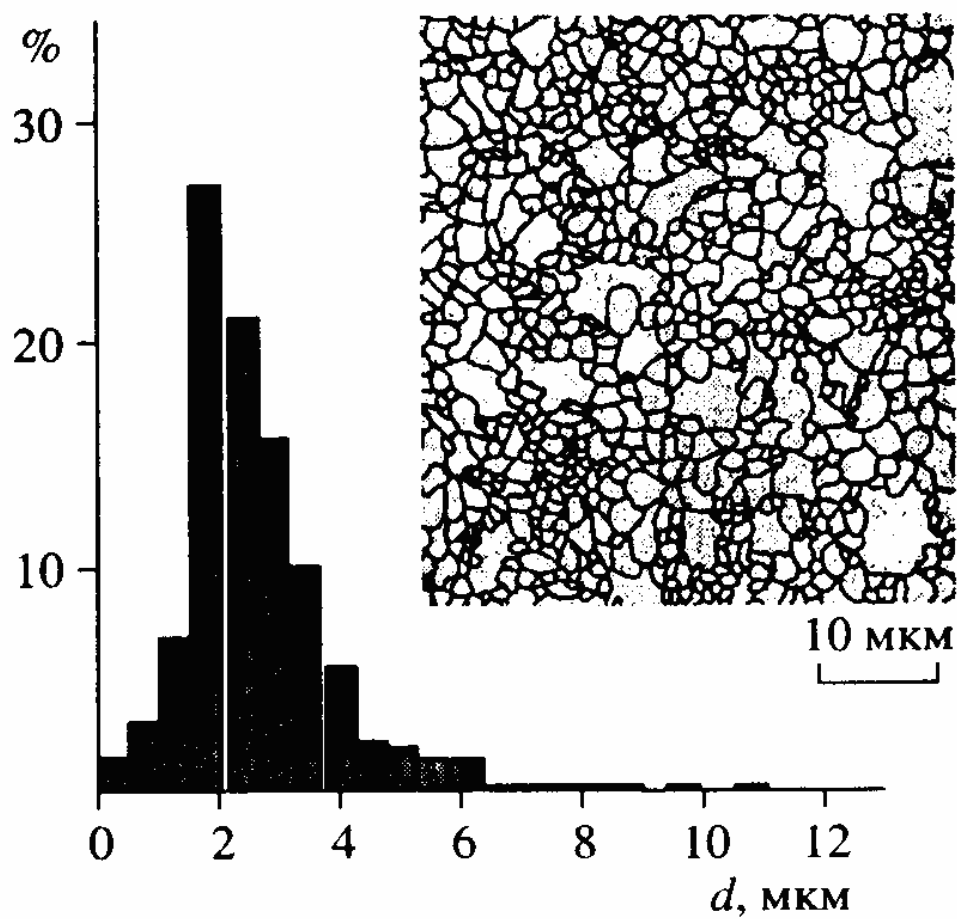


Рис. 1.2. Гистограмма распределения зерен по размерам в образце армко-железа

3. Строят гистограмму распределения абсолютной частоты  $N_j$ , представляющую собой набор прямоугольников (построенных на отрезках, соответствующих длине интервала), высота которых равна частоте.

4. Проводят кривую через середины верхних оснований прямоугольников гистограммы распределения относительной частоты и получают примерную кривую плотности вероятности исследуемой случайной величины (пунктирная кривая на рис. 1.1), по которой уже можно судить о виде закона распределения экспериментальных данных. В общем случае линия получается ломаной, но при увеличении числа измерений  $N$  она становится все более плавной. Для полного описания полученных результатов следует привести среднее значение измеренной характеристики и среднее квадратичное отклонение (или дисперсию) для нее.

Пример построения гистограммы показан на рис. 1.2.

### **1.1.3. Доверительный интервал и доверительная вероятность**

Доверительный интервал – это интервал, внутри которого с достаточно большой вероятностью  $P$  находится истинное значение измеряемой величины  $x$ . Величину  $P$  называют доверительной вероятностью и обычно принимают равной 95 %. Границы доверительного интервала могут быть заданы на основе вычисления среднего значения измеренной характеристики и среднего квадратичного отклонения. На практике значительно чаще (особенно при графическом представлении зависимостей между двумя переменными) приводят величину доверительного интервала для среднего значения, который имеет следующий вид:

$$\bar{x} \pm s_t,$$

где  $s_t = t_\alpha s / \sqrt{n}$ ;  $t_\alpha$  – критерий Стьюдента для уровня значимости  $\alpha$ , определяемый по табл. 1.1;  $n$  – количество проведенных измерений; число степеней свободы системы  $\nu = (n - 1)$ .

**Значения критерия Стьюдента  $t_\alpha$  для системы с  $\nu$  степенями свободы  
при уровне значимости  $\alpha = 0,05$**

$\nu$	$t_\alpha$	$\nu$	$t_\alpha$
1	12,70	21	2,08
2	4,30	30	2,04
3	3,18	40	2,02
5	2,57	60	2,00
9	2,26	120	1,98
15	2,13	$\infty$	1,96

*Пример.* При анализе испытаний на длительную прочность  $n = 135$  образцов жаропрочного никелевого сплава было установлено, что среднее время до разрушения  $S$  при заданных напряжениях и температуре составляет 102 ч при среднем квадратичном отклонении  $s_x = 32$  ч. Определяя из табл. 1.1 значение  $t_\alpha$ -критерия для  $\nu = 134$  степеней свободы [ $t_{0,05}(134) = 1,96$ ], рассчитываем величину  $s_x = 1,96 (32/11,62) = 5,4$  ч. Поскольку измерения проводились с точностью до 1 ч, то полученное значение округляем до 5 ч, и приводим результат измерения, указав 95 %-ный доверительный интервал для среднего времени до разрушения ( $102 \pm 5$ ) ч.

#### 1.1.4. Регрессионный анализ

Зависимость между двумя или более переменными часто стремятся выразить в виде некоторого уравнения регрессии, например в виде  $y = a + bx$ . Коэффициенты уравнения регрессии определяют с помощью метода наименьших квадратов. Рассмотрим конкретно задачу вычисления коэффициентов уравнения для случая линейной зависимости между переменными.

**Уравнение линейной регрессии.** *Случай одной независимой переменной.* На основании экспериментально полученных значений  $y$  в зависимости от некоторой переменной  $x$  требуется установить вид

уравнения, связывающего их,  $Y=a+bx$ , т. е. найти коэффициенты  $a$  и  $b$  этого уравнения.

Формулы для расчета  $a$  и  $b$  имеют вид:

$$b = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / ns_x^2 = r_{xy} s_y / s_x; \quad a = \bar{y} - b \bar{x};$$

чтобы судить о точности определения переменной  $y$  при известной переменной  $x$ , необходимо также рассчитать среднее квадратичное отклонение от прямой регрессии:

$$s_{yx} = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n (y_i - b - ax_i)^2 \right) / (n - 2)} \approx \sqrt{s_y^2 (1 - r_{xy}^2)}.$$

Необходимо подчеркнуть обязательность определения  $s_{xy}$  в регрессионном анализе. Так, предположив, что величина  $y$  распределена нормально вдоль прямой регрессии (что, как правило, имеет место на практике), около прямой регрессии, описываемой уравнением  $Y=a+bx$ , следует указать зону  $Y \pm 2s_{xy}$ , в которой будет лежать 95 % всех возможных значений  $Y$ .

## 1.2. Металлография

Металлография является методом качественного и количественного исследования структуры металлов и сплавов. Качественные методы исследования структуры позволяют **описать** тип, форму, размер и взаимное расположение обнаруженных фаз и структурных составляющих. Задача количественной металлографии состоит в изучении характеристик пространственного строения структуры путем **измерения численных параметров** микроскопического изображения.

Основные операции количественной металлографии – подсчет, измерение и классификация элементов, находящихся в поле зрения. Результатом могут быть, в частности, количественные параметры зерна или объемные доли различных фаз в структуре сплава.